

2012 г. А.Б. Цветков, В.Н. Фрянов

Сибирский государственный индустриальный университет

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ ИЗОТРОПНОМ МАССИВЕ\*

Анализ напряженно-деформированного состояния горизонтально-слоистых массивов, включающих в себя выработки, геологические нарушения, породные коллекторы флюидов, остается актуальной задачей [1, 2]. Вклад в ее решение внесли многие ученые и специалисты, такие как Б.В. Власенко, Г.И. Грицко, А.Н. Динник, В.Е. Миренков, В.Н. Опарин и др. Для изучения напряженно-деформированного состояния вмещающих пород вокруг контура выработки требуется рассчитать величины дополнительных перемещений, напряжений и деформаций. На предварительной стадии их расчета необходимо определить напряженно-деформированное состояние ненарушенного массива. Авторами предложен метод решения краевых задач для моделирования напряженно-деформированного состояния неоднородных массивов на основе метода конечных разностей [3]. Для этого необходимо представить неоднородный массив в виде однородных подобластей и согласовать их между собой с помощью граничных условий. При этом можно на макроуровне моделировать взаимодействие блоков между собой. На мезоуровне, варьируя физико-механическими свойствами и расположением блоков, можно моделировать структурное строение массива. В сравнении с общеизвестным методом конечных элементов [4, 5] ширина ленты основной матрицы системы при таком подходе к решению краевой задачи стала меньше. Это позволило сократить время решения системы линейных уравнений, что актуально при высоком порядке системы и многократном моделировании напряженно-деформированного состояния.

### Описание математической модели

Приведены результаты исследования распределения перемещений и напряжений мас-

сивов, полученных путем численного решения краевой задачи для расчетной области, состоящей из нескольких горизонтальных однородных блоков прямоугольной формы. Для решения краевой задачи с однородными и неоднородными граничными условиями составлена компьютерная программа.

В рассмотренной модели горизонтально-слоистого массива напряжение обусловлены собственным весом пластов. Результаты моделирования напряженно-деформированного состояния сопоставлялись с численным решением, полученным методом конечных элементов.

### Постановка краевой задачи

Решали двумерную краевую задачу в прямоугольной системе координат  $OXY$  ( $OX$  и  $OY$  – горизонтальная и вертикальная оси).

Основным объектом исследования является часть массива горных пород прямоугольной формы длиной 800 и глубиной 600 м. Вмещающая толща на глубине 477 м включает пласт угля прямоугольной формы мощностью три метра. В прямоугольной системе координат массив представлен прямоугольником соответствующих размеров. Стороны прямоугольника заданы вертикальными прямыми  $x = 0$ ,  $x = 800$  и горизонтальными прямыми  $y = 0$ ,  $y = 600$ . Прямоугольник был принят за расчетную область и обозначался  $\Omega$ . При математическом моделировании для характеристики физико-механических свойств массива горных пород использовались следующие параметры:  $\rho$  – плотность массива;  $\lambda$  и  $\mu$  – постоянные Ламе;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $E$  – модуль упругости. При решении краевой задачи расчетная область состояла из прямоугольных однородных горизонтальных слоев, расположенных последовательно в направлении вертикальной оси  $OY$ . Краевая задача решалась при условии, что массовые силы направлены вдоль оси  $OY$  и создавались собственным весом пластов. Анализ напряженно-деформированного состояния массива горной породы был

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки по контракту № 53822011 от 24.11.2011 г.

основан на изучении значений его перемещений и напряжений, построенных по результатам численного решения краевой задачи.

*Постановка краевой задачи.* Найти вектор перемещений  $U = (u, v)$ ,  $u = u(x, y)$ ,  $v = v(x, y)$ , удовлетворяющий внутри прямоугольника  $\Omega$  системе дифференциальных уравнений Ламе

$$\begin{cases} \mu(u''_{xx} + u''_{yy}) + (\lambda + \mu)(u''_{xx} + v''_{xy}) = 0; \\ \mu(v''_{xx} + v''_{yy}) + (\lambda + \mu)(u''_{xy} + v''_{yy}) + \rho gh = 0 \end{cases} \quad (1)$$

и следующим граничным условиям: на сторонах прямоугольника  $x = 0$ ,  $x = 800$ ,  $y = 0$  и  $y = 600$  заданы нулевые горизонтальные перемещения  $u(0, y) = 0$ ,  $u(800, y) = 0$ ,  $u(x, 0) = 0$ ,  $u(x, 600) = 0$ ; на сторонах  $x = 0$ ,  $x = 800$  производные  $v'_x(x, y)$  равны нулю, т.е.  $v'_x(0, y) = 0$ ,  $v'_x(800, y) = 0$ ; на верхнем основании  $\sigma_y(x, 0) = 0$ ; на нижнем основании  $v(x, 600) = 0$ .

Расчетная область  $\Omega$  состояла из двух породных слоев  $\Omega_1$ ,  $\Omega_3$  и угольного пласта  $\Omega_2$ ,

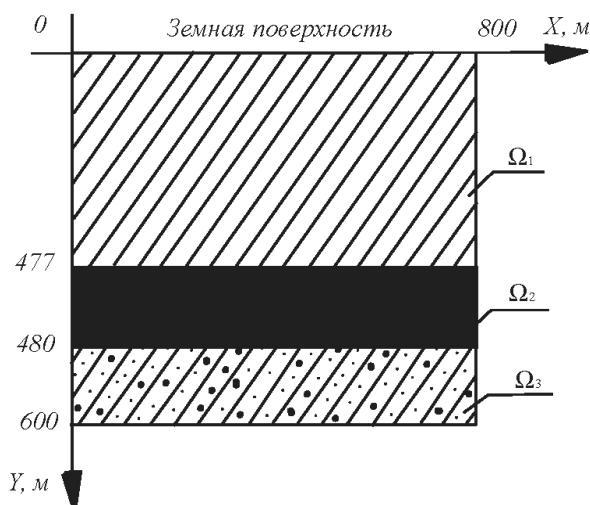


Рис. 1. Расчетная область  $\Omega$

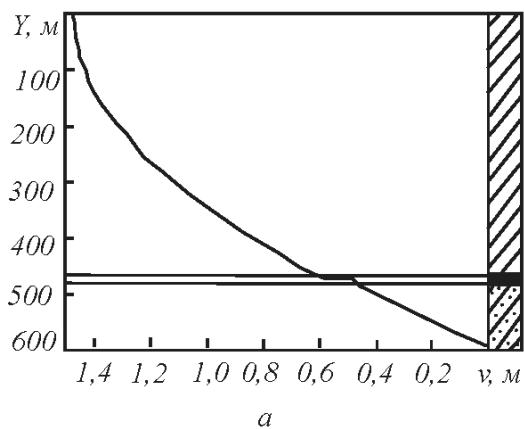


Рис. 2. Вертикальные перемещения и напряжения:  
а – вертикальные перемещения, м; б – вертикальные напряжения  $\sigma_y$ , МПа

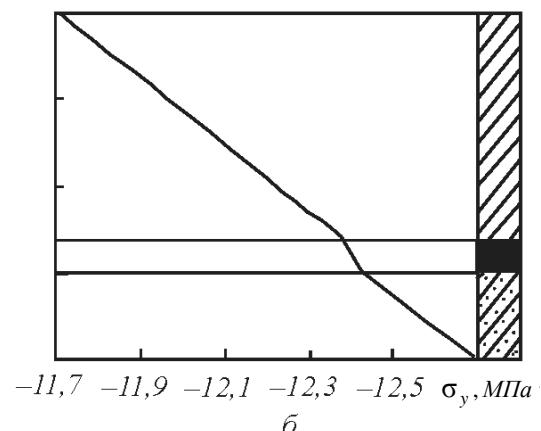
которые отмечены штриховкой на рис. 1. Область  $\Omega_1$  – это аргиллит со следующими физико-механическими свойствами:  $\rho = 2600 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $E = 2,6 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ,  $\nu = 0,28$ ; область  $\Omega_2$  – это уголь с  $\rho = 1380 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $E = 0,3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ,  $\nu = 0,34$ ; область  $\Omega_3$  – это алевролиты с  $\rho = 2700 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $E = 2,8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ,  $\nu = 0,27$ .

Численное решение приведено на рис. 2, а, б. На рис. 2, а показаны вертикальные перемещения при  $x = 400$  м. Сплошной тонкой линией приведена зависимость вертикальных перемещений  $Y$  от глубины  $v$ . Из рис. 2, а видно, что величина перемещений зависит от глубины и физико-механических свойств пластов. На рис. 2, б приведен график вертикальных напряжений при  $x = 400$  м и  $y \in [450, 490]$ .

Из рис. 2, а видно, что первому слою мощностью 477 м соответствуют перемещения 0,91 м. Это составляет 0,19 % от мощности пласта. Третьему слою мощностью 120 м соответствуют перемещения 0,48 м, что составляет 0,4 % от мощности пласта. Слою угля мощностью 3 м соответствуют перемещения 0,081 м, что составляет 2,7 %. Из этого следует, что слою угля соответствуют наибольшие деформации.

Из рис. 2, б видно, что в массиве действуют только сжимающие напряжения. Причем распределение значений напряжений  $\sigma_y$  постоянно на одной и той же глубине. На графике виден скачок напряжений  $\sigma_y$  на границах слоя с углем.

Из анализа рис. 2, а следует, что слой угля подвергается наибольшей деформации. Согласно рис. 2, б, трехслойный массив представляет собой область сжатия. Проводилась верификация результатов математического моделирования с решением, полученным методом конечных элементов. Относительная погрешность составила около 1 %.



**Выходы.** Приведены результаты математического моделирования напряженно-деформированного состояния горизонтально-слоистого массива горных пород. Для этого с применением разработанной методики была решена краевая задача. Выявлено, что закономерности распределения напряженно-деформированного состояния в неоднородном углепородном массиве при отсутствии в нем горных выработок качественно не противоречат зависимостям, полученным для однородного массива. Однако при существенном отклонении характеристик угля от соответствующих параметров горных пород происходят скачки напряжений и перемещений, зависящие от модуля упругости угля и породы. Проведенное исследование является первым этапом решения актуальной научно-практической задачи прогноза параметров напряженно-деформи-

рованного состояния при разработке паспортов выемочных участков.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Динник А.Н. Статьи по горному делу. – М.: Углехимиздат, 1957. – 428 с.
2. Борисов А.А. Механика горных пород и массивов. – М.: Недра, 1980. – 360 с.
3. Рихтер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 414 с.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 271 с.
5. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.

© 2012 г. А.Б. Цветков, В.Н. Фрянов  
Поступила 25 апреля 2012 г.

УДК 622.831

2012 г. Т.В. Лобанова

Сибирский государственный индустриальный университет  
Научно-исследовательский центр «Геомеханика»

## СДВИЖЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД ТАШТАГОЛЬСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ КАК ОТРАЖЕНИЕ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ\*

Таштагольское железорудное месторождение отличается проявлением мощных горнотектонических ударов. Опасность проявления таких динамических событий, как правило, не обнаруживается, и в местах последующего разрушения выработок удароопасное их состояние не выявляется, поскольку очаг первичного разрушения, как правило, находится в глубине массива или формируется под воздействием массового взрыва и динамической пригрузки сдвигающихся боковых пород. Учитывая высокую энергию проявления горных ударов, накапливаемую при геодинамических процессах в блоках высокого ранга, проведены исследования поведения больших участков массива, охваченных наблюдениями на комплексных геодинамических полигонах на поверхности и в шахте.

Наблюдения за сдвижением земной поверхности и горных пород проводятся геоде-

тическими и маркшейдерскими методами с использованием точных нивелиров с компенсаторами, жестких отвесов с уровнями, компарированных рулеток и нивелирных реек с уровнями, спутниковой геодезической системы Trimble 4600 LS (США). Замер смещений глубинных реперов осуществляется рулетками конструкции ВНИМИ.

На земной поверхности в 2005 – 2011 гг. в районах подвижных тектонических структур проведены исследования сдвижения горных пород с использованием методов спутниковой геодезии. Для этого разработана схема геодинамического полигона на базе наблюдательной станции за сдвижением земной поверхности (рис. 1). Пункты наблюдений охватывали разломы в районе месторождения. Комплекс оборудования состоял из четырех одночастотных приемников Trimble 4600. За базовую точку, относительно которой выполнялись наблюдения, был взят пункт полигонометрии п.п. 1111, находящийся в Юго-Восточном геодинамиче-

\*Работа выполнена по государственному заданию Минобрнауки РФ (регистрационный номер 548922011).